42 Calculer avec des parenthèses

Il est à noter que les règles de priorité des opérations dans une expression (les multiplications/divisions avant les additions/soustractions, etc.) ne sont pas censées être connues des élèves à ce stade de leur scolarité. Nous considérerons donc que l'écriture des parenthèses est obligatoire dans toute expression où figurent deux opérations ou plus puisque, sans ces parenthèses, il serait théoriquement possible de trouver des résultats différents à partir d'une même expression.

Prérequis

- Utiliser les quatre opérations à un niveau élémentaire.

Matériel

- **Activités de découverte :** expressions mathématiques à calculer et schémas type « dominos » à préparer.
- **Livre de l'élève,** pp. 112-113.
- **En complément :** Fiches de différenciation 42* et 42**.

Objectif

- Calculer une expression avec des parenthèses.

Calcul mental

◆ Multiplications à trou par *u*.

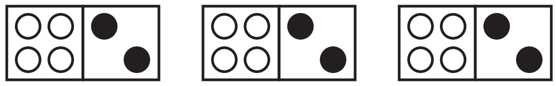
Thèmes des activités de découverte

◆ Proposer la situation suivante : *« 8 équipes de basket-ball disputent un tournoi. Il y a 5 joueurs et 4 remplaçants dans chaque équipe. Combien y a-t-il de joueurs dans le tournoi en tout ? »* Les élèves voudront sans doute écrire $5 + 4 = 9$, puis $9 \times 8 = 72$. Les inviter à écrire une suite d'opérations unique pour trouver le nombre cherché. Leur montrer que l'expression $5 + 4 \times 8$ est ambiguë, car elle peut être interprétée de différentes manières : $5 + 32$ (auquel cas seuls les remplaçants sont multipliés par 8) ou 9×8. Proposer alors d'ajouter des parenthèses, dont le principe est déjà bien connu de la plupart des élèves, pour faire en sorte que les joueurs et les remplaçants de chaque équipe soient comptabilisés ensemble avant d'être multipliés par le nombre d'équipes, en écrivant : $(5 + 4) \times 8$. Remarquer que $8 \times (5 + 4)$ convient aussi (puisque $9 \times 8 = 8 \times 9$).

◆ Proposer quelques expressions simples, d'abord sans parenthèses, et montrer que l'on ne peut en déterminer le résultat de manière univoque telles qu'elles sont présentées ; puis ajouter des parenthèses et inviter les enfants à identifier la première opération à faire, et enfin à calculer l'expression. On présentera également des expressions telles que $(2 \times 2) \times 3$, où la position des parenthèses ne modifie pas le résultat du calcul.

◆ *Remarque :* au moins dans un premier temps, il est préférable de ne pas proposer de calcul faisant intervenir la division (les résultats ne vont pas toujours tomber juste). Si les élèves connaissent mal les tables de multiplication, il est même possible de se contenter d'expressions où figurent uniquement une soustraction, puis une addition.

◆ Proposer ensuite de traduire des schémas du type :



par des opérations appropriées où figurent des parenthèses. Dans cet exemple, faire remplir un canevas tel que $\boxed{\ldots \times (\ldots + \ldots)}$: les enfants devront répondre : $3 \times (4 + 2)$. Traiter plusieurs exemples.

Activités individuelles, pp. 112-113

◆ L'**exercice 1** permet de revenir sur le point fondamental du cours : l'ordre dans lequel on effectue une suite d'opérations change le résultat. Bien entendu, certains des calculs qui seront effectués ici contredisent les règles de priorité conventionnelles mais, ces règles n'étant pas connues des enfants, cela ne porte pas à conséquence.

◆ Pour les **exercices 2 et 3**, portant sur l'identification de l'opération faite en premier dans un calcul, on n'hésitera pas à montrer quel est le résultat de chaque expression si les parenthèses sont placées différemment.

▶ **Fiche de différenciation 42*, nos 1 et 2**

◆ L'**exercice 4** revient sur l'activité de découverte avec les dominos. S'assurer que les enfants écrivent bien tous les calculs et ne se contentent pas d'écrire le résultat final.

◆ Les **exercices 5 et 7** permettent de s'assurer que les élèves sont en mesure de calculer une expression avec une seule paire de parenthèses (**exercice 5**) ou deux paires de parenthèses (**exercice 7**) de manière autonome.

▶ **Fiches de différenciation 42*, nos 3 et 4, et 42**, nos 1 et 2**

◆ Les **exercices 6 et 8** sont des problèmes simples d'application. Là encore, s'assurer que les enfants écrivent bien tous les calculs de manière détaillée.

◆ L'**exercice 9** montre que la position des parenthèses ne change pas le résultat d'une suite d'additions ou d'une suite de multiplications.

▶ **Fiche de différenciation 42**, no 3**

◆ L'**exercice 10** est semblable à l'**exercice 3**, à ceci près que les enfants ne dispose d'aucune consigne ou opération intermédiaire, ce qui le rend nettement plus difficile.

▶ **Fiche de différenciation 42**, no 4**

Erreur fréquente	Remédiation
• Certains élèves calculent systématiquement les expressions proposées de gauche à droite, par exemple : $3 \times (5 + 4) = 15 + 4 = 19$.	▶ Dans chaque calcul avec parenthèses, masquer avec les mains tout ce qui se trouve à l'extérieur des parenthèses pour montrer que seul ce qui se trouve à l'intérieur des parenthèses doit être pris en compte pour l'instant.

43 Les solides et leurs patrons

L'étude du *cube*, du *pavé droit* (et parfois d'autres solides) et de leurs patrons a été entamée dans les classes précédentes. Nous revenons ici sur ces notions en traitant également le cas de la *pyramide*. Le *prisme* et le *cylindre* seront, quant à eux, abordés en période 5.

Prérequis
- Reconnaître un rectangle, un carré et un triangle.
- Reconnaître un cube, un pavé droit.
- Utiliser les termes *face*, *arête* et *sommet*.

Matériel
- **Activités de découverte :** solides, patrons de solides (*Annexe* 23), ciseaux, feutres, feuilles quadrillées.
- **Livre de l'élève,** pp. 114-115.
- **En complément :** Fiches de différenciation 43* et 43**.

Objectifs
- Identifier et décrire un solide en forme de cube, de pavé droit, de pyramide, de sphère.
- Reconnaître et construire un patron de cube, de pavé droit, de pyramide.

Calcul mental

◆ Multiplications à trou par *d*.

Thèmes des activités de découverte

Rappels sur les solides : faces, sommets et arêtes

◆ Distribuer aux élèves, répartis en groupes, une boîte contenant différents types de solides : cubes, pavés droits, sphères et pyramides (ou tout objet de la vie quotidienne – ou sa photo – ayant la forme de ces solides : dés à jouer, morceaux de sucre, billes, photo d'une tente pyramidale…). Donner leurs noms, les écrire et discuter avec les élèves des différentes caractéristiques de ces solides. Rappeler la signification des termes *face*, *sommet* ou *arête* ; compter les faces, sommets et arêtes d'un ou deux solides.

Montage de patrons

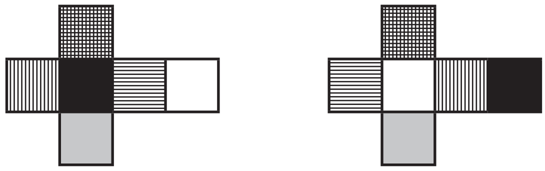
◆ Donner aux élèves des patrons prêts à monter et leur demander de les assembler. ▶ Annexe 23
Remarque : il existe 11 types différents de patrons du cube, qui peuvent facilement se trouver sur Internet en tapant « *11 patrons* » ou « *11 nets of a cube* » dans un moteur de recherche. Une piste de travail consiste à faire colorier, monter et présenter à l'ensemble de la classe chacun des 11 patrons par quelques élèves.

Tracé de patrons

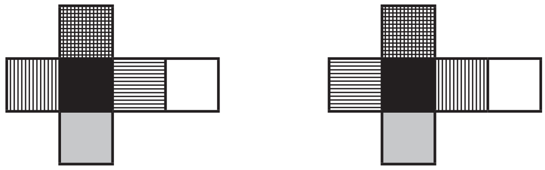
◆ Inviter ensuite les élèves à tracer eux-mêmes des patrons sur une feuille quadrillée, à les découper, puis à les monter.

Analyse et comparaison de patrons

◆ Donner des instructions aux élèves pour qu'ils colorient de différentes façons les faces de deux patrons identiques de cubes et leur demander si ces deux patrons donneront le même solide une fois montés.
La réponse peut être « oui », comme dans ce cas :



Ou « non », comme dans ce cas :



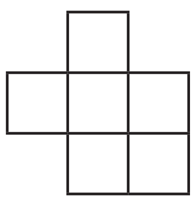
Monter ensuite les patrons et vérifier les pronostics des élèves.

◆ Reprendre l'activité avec des patrons de pyramides.

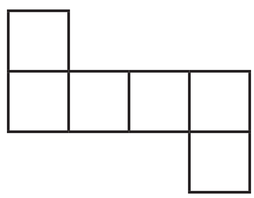
◆ Diverses variantes sont possibles pour cet exercice : par exemple, comparer un patron colorié et un solide colorié déjà monté (au lieu de comparer deux patrons), ou demander aux enfants de colorier eux-mêmes avec deux couleurs les faces de plusieurs patrons (former des groupes), puis demander si deux des patrons donneront deux solides identiques une fois montés, etc.

Reconnaissance de patrons corrects et incorrects

◆ Distribuer aux enfants des patrons censés leur permettre de construire un cube d'arête 4 cm, mais dont certains sont erronés : patrons à cinq ou sept faces, patrons dont l'une des faces est un rectangle de dimensions 4 × 5 cm ou encore patrons dont les six faces sont bien des carrés de 4 × 4 cm, mais dont le pliage ne permet pas d'obtenir un cube, comme celui-ci :



Il est également possible de préparer de « vrais » patrons dont la forme non conventionnelle laisse à penser qu'ils sont erronés, comme celui-ci :



◆ Dans un premier temps, les enfants tentent de deviner par simple observation visuelle quels sont les patrons corrects et incorrects (si possible, en expliquant pourquoi).

◆ Dans un second temps, les élèves tentent de construire les cubes et vérifient la justesse de leurs pronostics.
N.B. : il est bien sûr possible d'effectuer une activité semblable sur d'autres solides que le cube, mais le cas du cube est plus intéressant car toutes ses faces sont identiques.

Activités individuelles, pp. 114-115

◆ L'**exercice 1**, généralement bien réussi, permet de s'assurer que les élèves savent reconnaître les différents solides du cours.

▶ **Fiches de différenciation 43*, n° 1, et 43**, n° 1**

◆ Les **exercices 2 et 3** reviennent sur le thème des sommets, faces et arêtes des solides étudiés. Signalons qu'à la dernière ligne de l'**exercice 2**, l'expression (sommets + faces) – arêtes vaut toujours 2 (ce résultat est connu sous le nom de *formule d'Euler*).

▶ **Fiches de différenciation 43*, n° 2, et 43**, n° 2**

◆ L'**exercice 4** permet de revenir sur la reconnaissance de patrons corrects ou erronés. On pourra demander aux élèves ce qui pose problème dans les patrons incorrects. Exemple de réponse possible : « *Si on essaie de plier le patron incorrect, certaines faces vont se retrouver au même endroit.* »

▶ **Fiche de différenciation 43*, n° 3**

◆ Les **exercices 5 et 6** traitent également des patrons. Dans l'**exercice 5**, contrairement aux apparences (et aux affirmations d'un certain nombre d'élèves), ce sont les patrons A et B qui permettent d'obtenir le même pavé droit (du fait de l'agencement des couleurs). Dans l'**exercice 6**, le patron A, malgré sa forme originale qui surprendra peut-être certains élèves, donnera simplement un cube tandis que le patron B est impossible à monter puisqu'il donne une pyramide plate.

▶ **Fiche de différenciation 43**, n^{os} 3 et 4**

◆ L'**exercice 7** permet de réinvestir le thème des droites perpendiculaires et parallèles. Dans l'item b, on ne tiendra pas compte des arêtes comme [BF] qui, tout en ayant une direction perpendiculaire à celle de [CD], ne rencontrent pas [CD].

Erreur fréquente	Remédiations
• Certains enfants oublient une face lorsqu'ils dessinent un patron.	▶ Rappeler le nombre de faces de chacun des solides dont on tracera un patron. ▶ Inviter les enfants à compter les faces de leur patron pour les aider à se rendre compte de leur erreur. ▶ Préparer un patron incomplet à montrer aux enfants pour leur faire prendre conscience de ce qu'il y manque.

44 Les masses

Les élèves redécouvrent maintenant les unités de masse, déjà abordées au CM1 ; la nouveauté principale de la présente leçon est l'utilisation régulière des décimaux dans les conversions comme dans les problèmes d'application. Ce dernier point ayant déjà été traité lors de la Leçon 28 « Mesures de longueur », les élèves se retrouvent donc, dans une large mesure, en terrain connu.

Prérequis
- Connaître le kilogramme, le gramme.
- Utiliser un tableau de conversion de longueurs.

Matériel
- **Activités de découverte :** texte d'une recette de cuisine à préparer, tableaux de conversion (*Annexe* 22).
- **Livre de l'élève,** pp. 116-117.
- **En complément :** Fiches de différenciation 44* et 44**.

Objectifs
- Connaître les unités légales de masse (le gramme, ses multiples et sous-multiples).
- Effectuer des conversions à l'aide des décimaux.

Calcul mental

◆ Multiplications à trou par *c*.

Thèmes des activités de découverte

Rappels sur les unités de masse : ordre de grandeur et choix d'unité

◆ Afin de permettre aux enfants de se (re)familiariser avec les unités de masse, et d'en percevoir l'ordre de grandeur, il est possible, quoique facultatif, de proposer rapidement, à l'oral, les activités suivantes :
– À titre de rappel sur le kilogramme, demander aux élèves s'ils connaissent leur poids ; si l'on dispose d'un pèse-personne, peser les enfants ainsi que d'autres objets se trouvant dans la classe (par exemple des livres), le but de l'activité étant de donner des références concrètes concernant les unités manipulées.
– Demander aux enfants les unités de masse qu'ils connaissent (les réponses vont généralement du milligramme au kilogramme) ; ajouter à ces unités la *tonne* (t), voire le *quintal* (q) (s'ils ne sont pas cités par les élèves), énoncer et écrire leur définition : 1 t = 1 000 kg et 1 q = 100 kg, puis donner un exemple simple d'utilisation, typiquement : masses d'un camion (pour la tonne), et de la récolte de blé d'un petit champ (pour le quintal).
– Faire choisir la bonne unité dans des phrases du type : « *Un œuf de poule pèse environ 60…* » ; désigner une masse qu'il est plus simple d'écrire en kilogrammes qu'en grammes, et inversement ; etc. *Remarque :* le gramme et le kilogramme étant nettement plus fréquemment utilisés que les autres unités de masse, il convient de proposer aux enfants des activités appropriées sur ces deux unités.

Conversions

◆ Rappeler aux élèves comment ils peuvent se servir d'un tableau pour effectuer des conversions, à l'aide d'exemples qu'ils ont traités dans la Leçon 28 « Mesures de longueur » (voir p. 56 du présent ouvrage pour les règles de base à respecter). Expliquer que des tableaux analogues existent aussi pour les unités de masse et proposer quelques exercices simples de conversions. Pour rendre l'activité moins rébarbative, plusieurs options sont envisageables. ▶ **Annexe 22**

Option 1 : masses d'animaux ou d'objets courants
◆ Proposer aux enfants de convertir dans différentes unités des masses d'animaux ou d'objets courants, par exemple :
– une abeille pèse 2 g = … cg ;
– un téléphone portable pèse 12 dag = … g ;
– un ordinateur portable pèse 2,5 kg = … kg … g ;
– un mouchoir en papier pèse 3,5 g = … mg ;
– une vache pèse 500 kg = … g.

◆ Pour qu'il soit possible de traiter ce dernier cas, il convient d'aménager le tableau de conversion en y rajoutant deux colonnes supplémentaires sur la gauche, ce qui permettra aux élèves d'écrire les chiffres des dizaines et des centaines de kg.
Remarque : il convient de laisser au tableau, pour toute la durée du cours, un tableau de conversion qu'on utilisera à chaque fois que cela s'avèrera nécessaire. Il est également possible de proposer l'aide-mémoire suivant :
1 kg = 1 000 g
1 hg = 100 g
1 dag = 10 g
1 g = 10 dg = 100 cg = 1 000 mg

Option 2 : masses des ingrédients d'une recette
◆ Répartir les élèves en groupes et donner à chaque groupe la recette de cuisine suivante :
« Pour préparer de délicieux cookies, mélanger à l'aide d'un mixer 2 hg de beurre, 0,4 kg de farine, un œuf de 6 dag, 120 g de sucre, 200 mg de bicarbonate de soude et 300 mg de sel. Ajouter au mélange 20 dag de pépites de chocolat, 0,1 kg de chocolat au lait et 0,0001 t de chocolat blanc (coupés en petits morceaux), puis remuer jusqu'à obtenir une pâte homogène. Avec cette pâte, confectionner des petits cookies de 4 cm de diamètre, puis les faire cuire 15 à 20 min à 180 °C. »

◆ Poser ensuite des questions telles que : « *Y a-t-il plus de beurre ou de farine dans la recette ?* », « *Quel est l'ingrédient dont la masse est la plus grande/petite dans cette recette ?* », « *Convertissez en g/kg toutes les masses figurant dans cette recette* », « *Rangez les masses de tous les ingrédients de la recette de la plus petite à la plus grande* », « *Quels sont les ingrédients dont la masse est plus grande/plus petite que 100 g ?* », « *Quelle est la masse totale de chocolat qu'il faut utiliser dans cette recette ?* », etc. (la liste n'est pas exhaustive ; il convient cependant d'adapter les questions au niveau de la classe). Les élèves répondront en s'aidant de leur tableau ; à chaque question, le groupe le plus rapide marque un point.

Activités individuelles, pp. 116-117

◆ Les **exercices 1 à 4** permettent de s'assurer que les élèves sont en mesure d'effectuer des conversions de complexité diverse, faisant intervenir ou non les nombres décimaux. Attention, certains élèves décideront peut-être de se passer de tableau et de résoudre les **exercices 3 et 4** de façon plus intuitive, ce qui est généralement peu efficace !

▶ Fiches de différenciation 44*, nos 1 à 3, et 44, nos 1 et 2**

◆ Les **exercices 5 à 7** proposent divers contextes d'application des notions étudiées. De façon systématique, laisser aux élèves quelques instants pour prendre connaissance de chaque énoncé, avant de leur demander :
– s'il faut effectuer une conversion (ou plusieurs) pour répondre à la question posée (la réponse est toujours « oui ») ;
– quelle(s) donnée(s) convertir et dans quelle unité.
De façon générale, conclure que, pour résoudre un problème, il est nettement préférable, sinon indispensable, de convertir toutes les grandeurs dans une même unité.

▶ Fiche de différenciation 44, nos 3 et 4**

◆ L'**exercice 8** nécessite un sens logique relativement développé. Il peut être résolu comme suit :
– 1 boule rouge pèse plus lourd que 1 boule noire, donc 2 boules rouges pèsent plus lourd que 2 boules noires ;
– 2 boules noires pèsent plus lourd que 2 boules bleues, donc plus de 2×6 hg = 12 hg ;
– 2 boules rouges pèsent donc plus de 12 hg ;
– 12 hg = 1,2 kg, donc 2 boules rouges pèsent plus de 1 kg.

Erreur fréquente	Remédiations
• Parmi les erreurs fréquentes sur les conversions, citons 1 kg 5 g = 15 g ou 12 345 g = 1 kg 2 345 g.	▶ Dans un premier temps, signaler les erreurs d'ordre de grandeur s'il y en a : par exemple, 1 kg 5 g = 15 g est nécessairement erroné car 15 g (la masse de trois feuilles de papier) est une masse bien inférieure à 1 kg (masse d'une brique de jus de fruit). ▶ Si cela est possible, s'efforcer de mettre en évidence la méthode incorrecte utilisée par les élèves. Par exemple : ceux qui écrivent 1 kg 5 g = 15 g accolent peut-être les nombres de façon systématique ; leur proposer rapidement un ou deux autres exemples du même type pour confirmer ou infirmer cette hypothèse. ▶ Enfin, montrer comment la méthode du tableau permet d'obtenir un résultat correct et cohérent.

45 Les aires

Nous révisons ici les notions de *comparaison d'aires* et d'*unité d'aire*. Les formules d'aire du carré et du rectangle, ainsi que les unités conventionnelles d'aire (m^2, etc.) seront abordées lors de la Leçon 48.

Prérequis
- Compter le nombre de carreaux d'une figure.
- Utiliser le papier-calque.

Matériel
- **Activités de découverte :** figures à préparer, aires à comparer (*Annexe 24*), papier-calque, ciseaux.
- **Livre de l'élève,** pp. 118-119.
- **En complément :** Fiches de différenciation 45* et 45**.

Objectifs

SÉQUENCE 1
- Comparer les aires de deux figures simples par superposition, le cas échéant à l'aide de découpages.

SÉQUENCE 2
- Déterminer l'aire d'une figure en utilisant le carreau comme unité d'aire.
- Encadrer l'aire d'une figure (facultatif).

Calcul mental

◆ Estimer le résultat d'une addition (419 + 186 ≈ 400 + 200 ≈ 600).

SÉQUENCE 1

Thèmes des activités de découverte

Comparaison d'aires à l'aide d'un calque

◆ Montrer deux rectangles de tailles très proches (9 × 14 cm et 8,8 × 13,8 cm) dessinés sur une même feuille. Demander aux enfants lequel occupe le plus de place. Valider en décalquant le premier, puis en comparant la figure décalquée au second.

◆ Reprendre avec d'autres figures (n'ayant pas nécessairement la même forme).

◆ Rappeler que la place occupée par une figure s'appelle son *aire* (avec un e !) et utiliser ce mot pour comparer les figures traitées précédemment.

Comparaison d'aires à l'aide de découpages

◆ Expliquer que, même sans calque, il est possible de comparer simplement les aires de deux figures. À titre d'exemple, montrer un carré de 4 cm × 4 cm et un triangle isocèle de base 8 cm et de hauteur 4 cm : en découpant le triangle selon sa hauteur, on obtient deux triangles rectangles qui, assemblés, forment un carré identique au précédent : les deux figures ont donc la même aire.

◆ Prolonger l'activité en distribuant aux élèves les figures de l'Annexe. Donner des figures « volantes » (non dessinées sur une même feuille) pour faciliter les découpages et les comparaisons (les pointillés indiquent où effectuer les découpages). Les enfants devront trouver toutes les figures qui ont la même aire que le carré. ► Annexe 24

Activités individuelles, p. 118

◆ L'**exercice 1** est généralement bien réussi, la difficulté essentielle étant de décalquer convenablement les figures, sans bouger l'original et le calque. Demander aux enfants de conclure en utilisant le vocabulaire du cours. Par exemple, pour l'item a : « *L'aire de la figure A est plus grande que l'aire de la figure B.* »

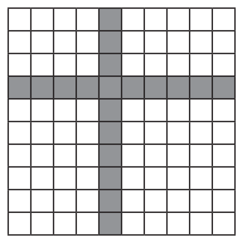
◆ L'**exercice 2** nécessite de comparer des aires en découpant des triangles selon leur hauteur (ne pas employer ce mot, qui ne sera introduit qu'en période 5). On trouve ainsi que l'aire de la figure A est supérieure à celle de la figure B, tandis que les figures C et D ont la même aire.

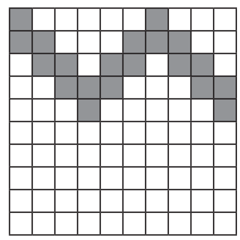
SÉQUENCE 2

Thèmes des activités de découverte

Principe de l'unité d'aire

◆ Présenter aux élèves les figures suivantes :





Demander aux enfants comment trouver la figure dont l'aire est la plus grande. Les amener à compter le nombre de carreaux coloriés de chaque figure pour répondre à la question posée.

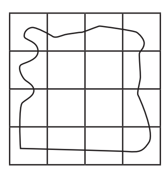
◆ Expliquer que l'on a utilisé le carreau comme *unité d'aire* pour comparer les deux figures : l'aire de la figure de gauche est de 19 unités d'aire, tandis que l'aire de la figure de droite est de 20 unités d'aire.

◆ Reprendre l'exercice avec deux autres figures, en demandant aux enfants de donner l'aire de chacune d'entre elles en unités d'aire.

◆ À titre facultatif, pour montrer que le choix d'une unité d'aire est entièrement arbitraire, il est possible de proposer des exercices dans lesquels l'unité d'aire n'est pas le carreau, mais le demi-carreau, comme cela est fait dans l'exercice 5, p.119 du livre de l'élève.

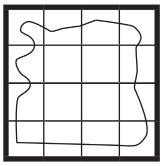
Encadrement d'une aire (facultatif)

◆ Proposer aux élèves la figure suivante :

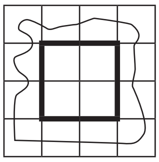


Conclure avec eux qu'il n'est pas possible de connaître exactement son aire, mais qu'il est cependant possible de l'encadrer.

L'aire de la figure est inférieure à l'aire du carré extérieur (16 unités d'aire) :



… et supérieure à celle du carré intérieur (4 unités d'aire) :



◆ Reprendre avec une autre figure, en laissant faire les élèves.

Activités individuelles, p. 119

◆ Les **exercices 3 et 4** sont l'occasion pour les élèves de calculer des aires de figures diverses. Lorsque des lignes obliques apparaissent dans les figures proposées, il est possible de découper lesdites figures (que l'on aura préalablement photocopiées) et d'en assembler les différentes parties pour obtenir des rectangles, ce qui simplifiera les calculs d'aires demandées (quoique la formule de l'aire du rectangle n'ait pas encore été revue).

▶ Fiche de différenciation 45*, n^{os} 1 à 3

◆ En introduction à l'**exercice 5** (utilisation du demi-carreau comme unité d'aire), il est souhaitable de montrer aux élèves des figures mesurant respectivement 1, 2, 3 et 4 demi-carreaux d'aire.

▶ Fiches de différenciation 45*, n^{o} 4, et 45, n^{os} 1 à 3**

◆ L'**exercice 6** est une application du dernier point du cours, sur les encadrements. Si les élèves demandent si l'on peut connaître la valeur précise de l'aire du disque et non plus un simple encadrement, leur répondre qu'ils disposeront des connaissances nécessaires sur le disque en classe de 5^{e}.

Erreur fréquente	Remédiations
• Confusions entre aire et « grandeur », « hauteur ».	▶ Rappeler inlassablement que le calcul d'une aire se fait par un comptage de carreaux et non pas par la mesure d'une longueur. ▶ Donner des exemples de couples de figures où la plus petite en longueur ou en hauteur est malgré tout celle qui a la plus grande aire. *Remarque :* pour éviter des confusions avec le mot *air*, préférer l'expression « *qui a la plus grande aire* » à l'expression « *qui a l'aire la plus grande* ». ▶ Il est possible de signaler que la figure dont l'aire est la plus grande est celle pour laquelle on usera le plus son feutre en la coloriant.

46 La division posée (2)

La présente leçon constitue une synthèse de deux sujets délicats : les nombres décimaux et la division. Il est à noter que tous les élèves n'ont peut-être pas abordé la notion de *division avec quotient décimal* au CM1.

Prérequis
- Poser et effectuer la division de deux entiers, avec quotient et reste entiers.
- Comprendre les principes de la numération décimale.

Matériel
- **Activités de découverte :** monnaie, canevas de divisions posées (*Annexes 1 et 7*).
- **Livre de l'élève,** pp. 120-121.
- **En complément :** Fiches de différenciation 46* et 46**.

Objectifs

SÉQUENCE 1
- Effectuer une division posée de deux nombres entiers avec quotient décimal, le reste de la division étant nul.

SÉQUENCE 2
- Effectuer une division posée de deux nombres entiers avec quotient décimal, le reste de la division étant non nul.

Calcul mental

◆ Estimer le résultat d'une soustraction (419 – 186 ≈ 400 – 200 ≈ 200).

SÉQUENCE 1

Thèmes des activités de découverte

Division posée de deux nombres entiers avec quotient décimal et reste nul

◆ Proposer la situation suivante : *« Le père d'Ethan donne 7 € d'argent de poche à ses enfants. Sachant qu'il souhaite partager équitablement cette somme entre Ethan et son frère, combien chacun d'entre eux va-t-il recevoir ? »*

◆ Résoudre d'abord ce problème à l'aide de monnaie ; écrire le résultat sous la forme 3 € 50 c, puis sous la forme 3,5 € (ou 3,50 €). Conclure que 7 : 2 = 3,5. ► Annexe 1

Réfléchir avec les élèves sur le moyen de retrouver ce résultat à l'aide d'une division posée. Partir de la division posée connue des élèves :

$$\begin{array}{r|l} 7 & \underline{2} \\ \underline{-6} & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Remarquer que le nombre 7 est égal au nombre 7,0 ; par conséquent, la division peut s'écrire :

$$\begin{array}{r|l} 7{,}0 & \underline{2} \\ \underline{-6} & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Et puisqu'il reste maintenant un chiffre à abaisser, la division n'est donc pas terminée :

$$\begin{array}{r|l} 7{,}0 & \underline{2} \\ \underline{-6}\downarrow & 3 \\ 1\ 0 & \end{array}$$

Une précaution supplémentaire s'impose avant de poursuivre : écrire la virgule après le chiffre 3 du quotient (puisque, dans la question posée, chacun des deux enfants doit recevoir un peu plus de 3 €). On obtient donc :

$$\begin{array}{r|l} 7{,}0 & \underline{2} \\ \underline{-6}\downarrow & 3, \\ 1\ 0 & \end{array}$$

puis enfin :

$$\begin{array}{r|l} 7{,}0 & \underline{2} \\ \underline{-6}\downarrow & 3{,}5 \\ 1\ 0 & \\ \underline{-1\ 0} & \\ 0 & \end{array}$$

◆ Donner plusieurs divisions à effectuer sur ce modèle, le quotient devant toujours « tomber juste ». Nous proposons les opérations suivantes : 5 : 2 ; 22 : 4 ; 184 : 5 ; 135 : 6 ; 42 : 12. *Remarque* : dans ces opérations, le quotient tombe juste dès les dixièmes. Les élèves en difficulté pourront s'aider de canevas de divisions. ► Annexe 7

◆ Reprendre les étapes précédentes, cette fois-ci dans le cas où il faut ajouter par deux fois un 0 au dividende pour obtenir un quotient exact, autrement dit dans le cas où le quotient tombe juste seulement aux centièmes. On pourra effectuer les opérations suivantes : 17 : 4 ; 50 : 8 ; 403 : 4 ; 12 : 16. Dans le dernier item, le quotient est inférieur à 1, ce qui peut déconcerter quelque peu les élèves, bien souvent réticents à écrire le chiffre 0 dans un quotient.

Activités individuelles, pp. 120-121

◆ L'**exercice 1** (Fichier) / les **exercices 1 et 2** (Manuel) permettent de s'assurer que les élèves sont en mesure d'effectuer une division avec quotient décimal, la division se terminant après le calcul des dixièmes. Signaler aux élèves le fait qu'ils doivent prévoir de laisser suffisamment de place à droite du dividende afin d'écrire le 0 nécessaire (leur demander donc de laisser un carreau vide).
► Fiche de différenciation 46*, n° 1

◆ Pour l'**exercice 2** (Fichier) / l'**exercice 3** (Manuel), on pourra remarquer que la propriété du nombre 2 exposée ici (la division d'un entier par 2 finit toujours par s'arrêter) existe aussi pour le nombre 5 (le quotient d'un entier par 5 est soit un nombre entier, soit un décimal à un chiffre après la virgule, dont le chiffre des dixièmes vaut 2, 4, 6 ou 8).
► Fiche de différenciation 46**, n° 1

◆ L'**exercice 3** (Fichier) / l'**exercice 4** (Manuel) est un problème d'application. La réponse à la question posée est : 6,5 € (ou 6,50 €). Reprendre systématiquement les élèves s'ils n'écrivent pas l'unité dans le résultat.

◆ L'**exercice 4** (Fichier) / l'**exercice 5** (Manuel) est le pendant de l'**exercice 1** (Fichier) / l'**exercice 2** (Manuel), cette fois-ci pour des divisions se terminant après le calcul des centièmes.
► Fiche de différenciation 46*, n° 1

SÉQUENCE 2

Thèmes des activités de découverte

Division posée de deux nombres entiers avec quotient décimal et reste non nul

◆ Montrer qu'une opération telle que 7 : 3 ne tombe pas juste, même si l'on ajoute plusieurs 0 à la partie décimale du dividende. Utiliser la calculatrice pour confirmer ce fait. Conclure donc qu'il existe des opérations où l'on ne peut pas trouver de quotient exact, et que dans un tel cas il convient de :
– s'arrêter au bout d'un moment (!), typiquement aux centièmes ;
– donner le résultat de la division sous la forme d'un quotient approché, par exemple : 7 : 3 ≈ 2,33, en disant : « *7 divisé par 3 est environ égal à 2,33* » ou « *7 divisé par 3 est peu différent de 2,33* ». *Remarque :* le quotient ainsi écrit est une valeur approchée par défaut au centième près et non pas un arrondi au centième près : écrire un tel arrondi suppose la connaissance du chiffre des millièmes du quotient.

◆ Une fois ce principe compris par les élèves, leur donner quelques divisions à effectuer par eux-mêmes, telles que : 19 : 3 ; 29 : 9 ; 134 : 6 ; 67 : 13.

Activités individuelles, p. 121

◆ L'**exercice 6** (Manuel) permet de s'assurer que les élèves sont en mesure d'effectuer une division avec quotient décimal approché. Comme dans les **exercices 1 et 4** (Fichier) / les **exercices 2 et 5** (Manuel : traités en séquence 1), attirer l'attention des élèves sur le fait qu'ils doivent prévoir de laisser suffisamment de place à droite du dividende afin d'écrire les 0 nécessaires.

◆ Les **exercices 5 à 7** (Fichier) / les **exercices 7 à 10** (Manuel) sont des problèmes d'application portant sur l'ensemble de la leçon. L'**exercice 6** (Fichier) / les **exercices 8 et 9** (Manuel) font intervenir des divisions dont le quotient est inférieur à 1. De ce fait, certains élèves y effectueront à tort les divisions 5 : 2 et 3 : 2 pour « éviter » d'écrire un 0 dans le résultat. Parmi ces exercices, seul l'**exercice 6** (Fichier) / l'**exercice 9** (Manuel) propose un calcul où le quotient est approché. L'**exercice 7** (Fichier) / l'**exercice 10** (Manuel) est un problème en deux étapes ; la réponse à la question posée est : 5,5 g.

▶ Fiches de différenciation 46*, n° 2, et 46, n^os^ 2 et 3**

Erreur fréquente	Remédiation
● La division décimale est un processus long, où des erreurs très diverses peuvent apparaître : erreurs de choix du quotient, de tables, de soustraction, d'écriture de la virgule dans le quotient, etc.	▶ Demander aussi régulièrement que possible aux enfants d'expliquer les étapes de leurs calculs, ainsi que le sens des différents nombres qui apparaissent au cours de la division.

47 Tracer des figures symétriques

Le principe du tracé de figures symétriques est bien connu des élèves. Dans la présente leçon, nous proposerons des tracés généralement plus complexes que dans les classes précédentes : tracés nécessitant l'utilisation du compas, tracés sur papier uni, etc.

Prérequis
- Reconnaître le ou les axes de symétrie d'une figure.
- Reproduire une figure sur un quadrillage.

Matériel
- **Activités de découverte :** feuilles quadrillées ou pointées pour les tracés, figures à compléter (*Annexe 26*).
- **Livre de l'élève,** pp. 122-123.
- **En complément :** Fiches de différenciation 47* et 47**.

Objectifs
- Identifier des erreurs fréquentes lors du tracé de figures symétriques.
- Compléter une figure par symétrie (sur papier quadrillé ou uni).
- Tracer, sur papier quadrillé, le symétrique d'une figure entière par rapport à une droite donnée.

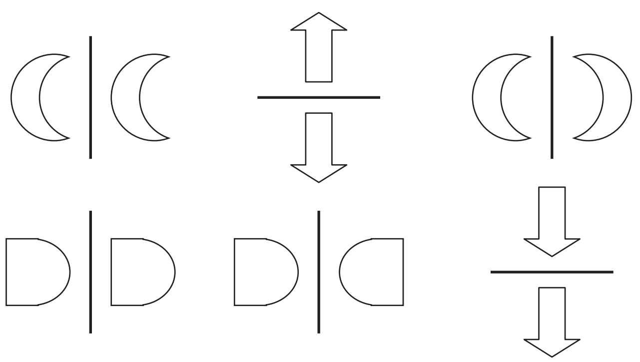
Calcul mental

◆ Effectuer des additions du type *cdu* + 90, *mcdu* + 900.

Thèmes des activités de découverte

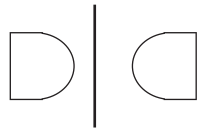
Reconnaissance de figures symétriques et non symétriques

◆ Avant de demander aux élèves d'effectuer des tracés de symétriques, il est possible, quoique facultatif, de leur rappeler les erreurs les plus fréquentes en la matière.
Montrer aux enfants différentes figures telles que celles présentées ci-dessous :



Répondre avec eux aux questions suivantes :
– « *Dans quelles figures la droite tracée est-elle un axe de symétrie ?* »
– « *Qu'est-ce qui ne convient pas dans les autres figures ?* »
En l'occurrence, on a affaire à deux figures identiques et non symétriques ; il s'agit de l'une des erreurs les plus fréquemment rencontrées chez les enfants.

◆ Continuer avec des figures correctement « retournées », mais pas toujours à égale distance de la droite tracée (autre erreur très fréquente). Exemple :

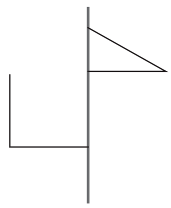


Tracés de symétriques de « demi-figures »

◆ Distribuer aux élèves des figures à compléter par symétrie sur un quadrillage (un demi-cornet de glace, un tiers de part de gâteau circulaire, une demi-lettre D, etc.). ► **Annexe 26**

◆ Élaborer avec eux une procédure de tracé efficace en déterminant la position des symétriques des principaux points du dessin, puis en les reliant à la règle ou à l'aide d'arcs de cercles. Dans le cas où des cercles ou des arcs de cercles doivent être tracés, demander aux enfants où se trouve le centre du cercle ou de l'arc de cercle original avant de leur faire placer le centre du cercle ou de l'arc de cercle symétrique. Colorier ensuite la seconde demi-figure ainsi obtenue.

◆ *Remarque :* on peut donner aux élèves les plus à l'aise une figure représentée partiellement des deux côtés de l'axe. Exemple (la figure complète est une maison) :



Tracés de symétriques de figures entières

◆ Même exercice, cette fois pour tracer le symétrique d'une figure entière. ► **Annexe 26**

◆ Veiller à repérer précocement les élèves qui reproduisent à l'identique (*i.e.* sans les « retourner ») les figures de l'autre côté de l'axe et rappeler les conclusions de la première activité.

Activités individuelles, pp. 122-123

◆ Les **exercices 1 et 2** sont des applications directes des activités précédentes. Ils reprennent le thème des « demi-figures » à compléter (**exercice 1**, généralement bien réussi) et des figures entières dont il faut tracer le symétrique de l'autre côté d'un axe (**exercice 2**, où l'on relève plus d'erreurs). De manière générale, on demandera aux élèves de ne pas colorier immédiatement les figures symétriques demandées, mais de commencer par tracer leur contour (tâche fastidieuse, mais formatrice). Ne pas hésiter à recourir au pliage en cas d'erreur.
► **Fiches de différenciation 47*, nos 1 et 2, et 47**, no 1**

◆ Les **exercices 3 et 5** invitent les enfants à dessiner à main levée (et, dans l'**exercice 3**, à l'aide d'un calque) les symétriques de différentes figures. On se montrera relativement indulgent sur l'exactitude des tracés, surtout pour l'**exercice 5**, où l'essentiel est de déterminer correctement quelles lettres (et quels mots) apparaissent à la fin.

◆ L'**exercice 4** présente deux propriétés plus théoriques de la symétrie, en l'occurrence la conservation du périmètre et de l'aire par symétrie. Les élèves répondent généralement correctement.

◆ L'**exercice 6** donne l'occasion aux élèves de compléter par symétrie une figure représentée partiellement des deux côtés d'un axe de symétrie. Il est possible de discuter avec les enfants de l'ordre le plus pratique pour tracer les différents éléments de la figure.

◆ L'**exercice 7** revient sur le cas du cercle, en demandant aux élèves de tracer le symétrique d'un cercle dont le centre n'est pas indiqué. Il peut être utilisé comme exercice de remédiation en cas de problème dans les exercices 1 et 2.

Erreur fréquente	Remédiation
● Certains enfants confondent tracé d'une figure symétrique et reproduction à l'identique (sans la « retourner ») de l'autre côté de l'axe de symétrie. D'autres « retournent » la figure symétrique correctement, mais la dessinent à une distance incorrecte de l'axe.	▶ Dans tous les cas, le recours systématique au pliage s'avère généralement productif.

48 Aires du carré et du rectangle

Les formules d'aire du carré et du rectangle ont déjà été vues par les élèves au CM1, contrairement aux unités d'aire conventionnelles (m^2, etc.), abordées pour la première fois ici. Les conversions d'aires, quant à elles, seront traitées en période 5.

Prérequis
- Déterminer l'aire d'une figure par comptage d'unités d'aire.
- Multiplier un entier ou un décimal par un entier.

Matériel
- **Activités de découverte :** figures à préparer.
- **Livre de l'élève,** pp. 124-125.
- **En complément :** Fiches de différenciation 48* et 48**.

Objectifs

SÉQUENCE 1
- Calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle à l'aide d'une formule.

SÉQUENCE 2
- Utiliser les unités d'aire conventionnelles (m^2, etc.).

Calcul mental

◆ Effectuer des soustractions du type *cdu* – 90, *mcdu* – 900.

SÉQUENCE 1

Thèmes des activités de découverte

Aires d'un carré, d'un rectangle

◆ Proposer aux élèves de calculer l'aire (en unités d'aire) d'un carré dont le côté vaut 6 côtés de carreau. Comparer les méthodes utilisées. Conclure que la méthode multiplicative est plus astucieuse et efficace que la méthode par comptage.

◆ Procéder de même pour calculer l'aire d'un rectangle de dimensions 5 × 8 côtés de carreau. Comparer les méthodes utilisées. Conclure comme précédemment.

Activités individuelles, p. 124

◆ L'**exercice 1**, généralement bien réussi par les élèves, est l'application directe du cours.

▶ **Fiche de différenciation 48*, nos 1 et 2**

◆ L'**exercice 2** propose aux enfants de calculer l'aire de figures pouvant être décomposées en rectangles. On pourra inviter les élèves à venir au tableau proposer leurs décompositions.

◆ L'**exercice 3** permet de s'assurer que les élèves sont en mesure d'appliquer les formules du cours même en l'absence de figure. Cependant, ne pas hésiter à dessiner des schémas à la correction si besoin est.

SÉQUENCE 2

Thèmes des activités de découverte

Unités d'aire conventionnelles

◆ Expliquer aux enfants que, de même qu'il existe des unités de longueur conventionnelles telles que le cm, il existe des unités d'aire conventionnelles définies comme suit : l'aire d'un carré de côté 1 cm s'appelle un *centimètre carré* (1 cm^2), l'aire d'un carré de côté 1 m s'appelle un *mètre carré* (1 m^2), etc. On pourra montrer des figures aux élèves pour illustrer les cas du dm^2, du cm^2 et du mm^2. Signaler l'utilisation courante du m^2 pour mesurer la surface d'un logement. Insister sur l'écriture du chiffre 2 en exposant.

◆ Proposer un exemple de calcul d'aire de rectangle dont les dimensions sont données en cm. De même avec le carré. Veiller à l'écriture de l'unité dans le résultat.

◆ Si le temps le permet, on pourra traiter également un cas de rectangle dont l'une des dimensions (mais pas les deux) est un décimal.

Activités individuelles, p. 125

◆ L'**exercice 4 à 6** proposent aux enfants de calculer dans divers contextes les aires de carrés et de rectangles en cm^2, en mm^2 et en m^2. Pour l'**exercice 4**, ne pas hésiter à rappeler le principe du codage des côtés égaux, notamment pour l'item C (Fichier) / les items B et D (Manuel). Pour l'**exercice 5**, nous conseillons de faire écrire par les élèves les dimensions des figures proposées (par exemple, 2 cm × 2 cm pour l'item A) et leur aire (dans l'exemple, 4 cm^2) et ce, afin d'habituer les élèves à faire la distinction entre unités de longueur et unités d'aire. Cette procédure aidera les élèves à écrire les unités correctes dans les réponses de l'**exercice 6**.

▶ **Fiches de différenciation 48*, no 3, et 48**, nos 1 et 2**

◆ Les **exercices 7 et 8** sont des problèmes d'application. À noter qu'il existe plusieurs solutions pour l'item b de l'**exercice 8** ; on pourra demander aux enfants de trouver toutes les solutions entières (5 cm × 2 cm et 10 cm × 1 cm, cette dernière solution étant souvent oubliée).

▶ **Fiche de différenciation 48**, no 3**

Erreur fréquente	Remédiation
• Certains élèves confondent unités de longueur et unités d'aire.	▶ Demander systématiquement aux enfants de donner les dimensions des figures proposées. Leur demander alors, par exemple : « *La longueur du rectangle est-elle de 4 cm ou de 4 cm^2 ?* » De même, leur proposer de choisir l'unité d'aire pour chaque figure (là encore, « cm » ou « cm^2 ») jusqu'à ce que les confusions disparaissent.

49 Proportionnalité (2)

Nous poursuivons l'étude de la proportionnalité par la découverte de la *règle de trois*, que les élèves n'ont vraisemblablement pas étudiée au CM1. Comme nous le verrons plus loin, cette méthode de calcul, si elle présente l'avantage d'être facilement visualisable sur un tableau de proportionnalité, n'en est pas moins délicate à comprendre, sur le fond, pour les élèves. La nécessité de prendre un bon départ sur cette notion nouvelle, qui sera maintes fois utilisée tout au long des classes de collège, n'en est que plus impérieuse.

Prérequis

- Multiplier ou diviser deux entiers (quotient exact ou approché).
- Multiplier un décimal par un entier.

Matériel

- **Activités de découverte :** énoncés et tableaux à préparer.
- **Livre de l'élève,** pp. 126-127.
- **En complément :** Fiches de différenciation 49* et 49**.

Objectifs

- Effectuer des calculs de proportionnalité par la règle de trois.
- Choisir la méthode la plus appropriée pour résoudre un problème de proportionnalité.

Calcul mental

◆ Trouver le double ou la moitié de nombres divers (y compris de dizaines, centaines ou milliers entiers).

Thèmes des activités de découverte

Découverte de la règle de trois

◆ Proposer aux enfants la situation suivante : « *Une pile de 6 biscuits a une épaisseur de 15 mm. Quelle est l'épaisseur d'une pile de 21 biscuits ?* » On pourra proposer aux élèves de s'aider du tableau de proportionnalité suivant :

Nombre de biscuits	6	21
Épaisseur (mm)	15	...

× ...

◆ Dans un premier temps, les élèves calculeront l'épaisseur d'un biscuit (2,5 mm ; on peut recourir à la calculatrice pour trouver ce résultat et ainsi gagner du temps), puis multiplieront le résultat par 21 pour déterminer la réponse à la question posée (52,5 mm).

◆ Dans un second temps, montrer aux élèves qu'au lieu de diviser 15 par 6, puis de multiplier le résultat obtenu par 21, il est possible, sans modifier le résultat final, de multiplier d'abord 15 par 21, puis de diviser le résultat par 6. On peut montrer ce principe sur des calculs encore plus simples, par exemple : $(4 : 2) \times 5 = (4 \times 5) : 2 = 10$, où l'on constatera qu'il est effectivement possible d'intervertir multiplication et division.

◆ Traiter ensuite le cas où la pile de biscuits a une épaisseur de 14 mm au lieu de 15 mm. Certains élèves vont naturellement tenter de découvrir l'épaisseur d'un biscuit, mais vont découvrir que celle-ci « ne tombe pas juste » puisqu'elle vaut environ 2,3333... mm. Il est donc peu élégant d'écrire ce résultat dans la bulle à multiplier du tableau. Montrer alors que la seconde méthode exposée ci-dessus (inversion de la division et de la multiplication) permet, sans recourir à des nombres décimaux « compliqués », de constater que la pile de 21 biscuits a une épaisseur de 49 mm.

◆ Par ailleurs, il est souhaitable de signaler aux élèves que s'ils tentent d'arrondir le quotient de 14 : 6 à 2,33 (par exemple) et de multiplier ce nombre par 21, ils trouveront un résultat incorrect (en l'occurrence, 48,93 mm au lieu de 49 mm).

◆ Expliquer que la nouvelle méthode que l'on vient d'employer s'appelle la *règle de trois* (elle s'appelle ainsi car, connaissant trois nombres, on en cherche un quatrième) et montrer comment cette technique de calcul se visualise sur le tableau de proportionnalité (utiliser ou adapter l'exemple proposé dans la rubrique « Je comprends », p. 126 du livre de l'élève).

◆ Proposer un ou deux autres exemples du même type, dans le même contexte ou non. Montrer sur un de ces exemples que, malgré ses avantages, la méthode de la règle de trois ne permet pas systématiquement d'obtenir un résultat « qui tombe juste ». Par exemple, si l'on cherche l'épaisseur d'une pile de 1, 2, 4 ou 5 biscuits (ou de tout autre nombre qui n'est pas multiple de 3), on trouvera un résultat qui a une infinité de chiffres après la virgule.

Choisir la bonne technique de calcul dans un problème de proportionnalité

◆ Proposer deux ou trois autres calculs dans des cas où la règle de trois ne sera pas systématiquement la méthode la plus efficace pour répondre à la question posée. Par exemple, dans le contexte de l'activité précédente, il est possible de faire calculer l'épaisseur de 15, 12 ou 3 biscuits : dans le premier cas, la règle de trois sera la méthode la plus efficace ; dans les autres cas, il suffit de multiplier ou de diviser par 2 l'épaisseur de 6 biscuits. Insister donc auprès des élèves pour qu'ils utilisent des « astuces » de ce type lorsque cela est possible.

Activités individuelles, pp. 126-127

◆ L'**exercice 1** permet de revenir sur les points principaux du cours : application et visualisation de la règle de trois à l'aide d'un tableau de proportionnalité, avantages (occasionnels) de la règle de trois sur d'autres méthodes de calcul du point de vue de l'exactitude des résultats obtenus... L'élève utilisera deux méthodes, sans puis avec tableau de proportionnalité, pour déterminer le résultat demandé.

▶ Fiche de différenciation 49*, nos 1 et 2

◆ Les **exercices 2 et 3** permettent de vérifier que les élèves sont en mesure d'appliquer la règle de trois de manière autonome, à l'aide d'un tableau de proportionnalité. Dans l'**exercice 2**, il est souhaitable de signaler aux élèves qu'étant donné le contexte de l'exercice, la proposition d'Hugo est nécessairement erronée : si l'on peut parcourir 70 km en 16 h, on peut logiquement parcourir une distance plus grande en 20 h ; la réponse correcte ne peut donc pas être 56 km.

▶ Fiche de différenciation 49**, n^{os} 1 et 2

◆ L'**exercice 4** est l'occasion de rappeler que la règle de trois n'est pas toujours la méthode la plus efficace pour mener à bien un calcul de proportionnalité. En l'occurrence, la méthode proposée ici par Chloé est beaucoup plus rapide. On invitera donc de nouveau les élèves à s'habituer à chercher de tels « raccourcis » de calculs lorsqu'ils résolvent un problème de proportionnalité.

▶ Fiche de différenciation 49**, nº 3

◆ L'**exercice 5** montre que la règle de trois, bien que limitant le « risque » d'obtenir des calculs qui ne tombent pas juste, ne l'élimine pas complètement. Dans la question posée, 6 L d'eau coûtent 1,96666... €, soit environ 1,97 €. Signalons qu'il est préférable d'effectuer les calculs en centimes pour éviter d'avoir à diviser un décimal (17,7) par un entier (9).

◆ L'**exercice 6** propose un problème de proportionnalité, qui fait également intervenir une conversion de durée. La réponse cherchée est 250 s, soit 4 min 10 s.

◆ L'**exercice 7** est sensiblement plus difficile. On peut en expliquer la solution de la manière suivante : si 35 lingots pèsent 410 kg, 40 lingots devraient peser environ 469 kg (d'après la règle de trois). Le roi Labanque III s'attend donc à recevoir environ 469 kg d'or. Puisqu'il ne reçoit que 450 kg, cela signifie qu'Arnak Ier l'a dupé.

Erreur fréquente	Remédiation
● La règle de trois n'est généralement pas une méthode comprise intuitivement par les élèves. Par exemple, dans le calcul de l'épaisseur des 21 biscuits présenté en activité de découverte, l'opération 14 : 6 (de la méthode « passage par l'unité ») a un sens très clair : il s'agit de l'épaisseur d'un biscuit ; dans ces conditions, le résultat du calcul (14 : 6) × 21 est tout naturellement égal à l'épaisseur de 21 biscuits. Par contre, le résultat de l'opération 14 × 21 n'a pas de signification concrète claire pour les enfants (il s'agirait, au mieux, de l'épaisseur de 6 × 21 = 126 biscuits, ce qui est, semble-t-il, sans aucun rapport avec la question posée !). Le calcul (14 × 21) : 6 est donc, en soi, peu parlant. Pour cette raison, certains enfants appliquent mal, ou pas du tout, la règle de trois.	▶ L'enseignant doit axer ses efforts dans deux directions principales : d'une part, montrer régulièrement que la règle de trois donne les mêmes résultats qu'un calcul du type « passage par l'unité » ; d'autre part, insister sur l'aspect pratique, facilement visualisable, de la règle de trois sur un tableau de proportionnalité.

PROBLÈMES 7

L'intérêt des pourcentages dans notre vie quotidienne n'est plus à démontrer. Plus encore, les enfants peuvent eux-même avoir accès à des informations faisant intervenir les pourcentages, par exemple : résultats d'élections, de sondages, promotions dans un magasin, etc. Certaines de ces informations sont suffisamment simples pour être comprises des élèves, même à leur âge. Signalons par ailleurs que les pourcentages seront étudiés, de plus en plus en détail, jusqu'à la classe de 4e.

Prérequis
- Comprendre la signification d'une fraction.
- Utiliser les quatre opérations dans des cas simples.

Matériel
- **Activités de découverte :** représentations de fractions de dénominateur 100 (*Annexe 14*).
- **Livre de l'élève,** pp. 128-129.
- **En complément :** Fiches de différenciation « Problèmes 7 »* et « Problèmes 7 »**.

Objectifs

SÉQUENCE 1
- Interpréter un pourcentage comme une fraction.
- Traduire en des termes simples certains pourcentages classiques tels que 50 % (la moitié) ou 10 % (le dixième).
- Connaissant le pourcentage représentant une certaine partie d'une population, calculer le pourcentage correspondant au reste de cette population (complément à 100 %).

SÉQUENCE 2
- Calculer un pourcentage donné d'une quantité donnée dans un cas simple.

Calcul mental

◆ Trouver le triple ou le tiers de nombres divers (y compris de dizaines, centaines ou milliers entiers).

SÉQUENCE 1

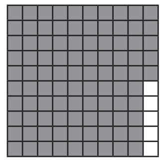
Thèmes des activités de découverte

L'expression « pour cent »

◆ Demander aux enfants s'ils ont déjà entendu l'expression *pour cent* et s'ils en connaissent la signification. Par la suite, expliquer que ce terme, noté à l'aide du symbole %, signifie plus simplement *centième*. Ainsi, 1 % signifie $\frac{1}{100}$, 2 % signifie $\frac{2}{100}$, 45 % signifie $\frac{45}{100}$, etc.

◆ Expliquer qu'une phrase telle que : « *95 % des enfants aiment le chocolat* » signifie : « *$\frac{95}{100}$ des enfants aiment le chocolat* » ou encore : « *Si l'on interroge un groupe de 100 enfants lors d'un sondage, 95 d'entre eux diront qu'ils aiment le chocolat* » (formulation peut-être plus simple pour les élèves). Donner (ou faire donner) un ou deux autres exemples analogues.

◆ En s'appuyant sur les exemples précédents, faire représenter quelques pourcentages. Par exemple, si l'on veut représenter 95 %, on pourra procéder comme suit :



$\frac{95}{100} = 95$ %

▶ Annexe 14

Présentation de quelques pourcentages classiques

◆ Inviter les élèves à reformuler une phrase telle que : « *50 % des enfants aiment le jus de mangue.* » À l'aide d'un schéma, conclure avec eux qu'une reformulation possible est : « *La moitié des enfants aiment le jus de mangue.* » Proposer une autre phrase semblable avec un autre pourcentage, par exemple : « *47 % des enfants aiment faire du vélo.* » Comparer alors ce pourcentage à 50 % et conclure que moins de la moitié des enfants aiment faire du vélo.

◆ Reprendre avec d'autres pourcentages tels que 25 % (qui correspond à un quart) ou 10 % (qui correspond à un dixième). On pourra aussi citer et expliquer cet ancien slogan du Loto : « *100 % des gagnants ont tenté leur chance.* »

Complément à 100 %

◆ Reprendre la phrase : « *95 % des enfants aiment le chocolat.* » Demander quel est le pourcentage d'enfants qui n'aiment pas le chocolat. Utiliser un schéma. Ne pas hésiter à revenir sur le sens de la phrase de départ en disant : « *Si l'on prend un groupe de 100 enfants, 95 d'entre eux aiment le chocolat.* » De la sorte, il sera plus facile de conclure que sur 100 enfants, 5 n'aiment pas le chocolat et que, par conséquent, 5 % des enfants n'aiment pas le chocolat. ▶ Annexe 14

◆ Reprendre cet exercice avec chacune des situations proposées dans l'activité de découverte précédente.

Activités individuelles, p. 128

◆ L'**exercice 1** permet de revenir sur les pourcentages classiques, fréquemment utilisés. Ses conclusions seront reprises dans l'**exercice 2**, qui traite du complément à 100 %, mais elles peuvent également être mises à profit dans les **exercices 3 et 4**, si l'on pose des questions telles que : « *Les clients du cinéma qui ont moins de 20 ans sont-ils plus ou moins de la moitié des clients ? Plus ou moins du quart ?* » ou « *Est-ce que les amis de Nicolas sont, en majorité, des garçons ou des filles ?* », etc. Pour l'**exercice 3**, ne pas hésiter à s'aider d'un schéma pour mieux visualiser la situation proposée. Pour l'**exercice 4**, il est possible que certains enfants interprètent à tort la phrase de Nicolas comme signifiant : « *50 de mes amis sont des filles, et 70 sont des garçons.* »

▶ Fiches de différenciation « Problèmes 7 »*, nos 1 et 2, et « Problèmes 7 », no 1**

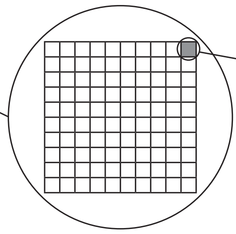
SÉQUENCE 2

Thèmes des activités de découverte

Calcul de 1 % d'une quantité

◆ Proposer la situation suivante : « *300 personnes ont participé à une tombola. 1 % d'entre elles ont gagné un prix valant plus de 100 €. Combien de personnes ont gagné plus de 100 € ?* » Bien expliquer que la réponse attendue n'est pas un pourcentage, mais un nombre de personnes.

◆ Représenter la situation par un schéma du type suivant :



▶ Annexe 14

◆ Amener les élèves à la conclusion que le nombre de personnes cherchées est : 300 : 100 = 3 personnes.

Calcul d'un pourcentage quelconque d'une quantité

◆ Reprendre la situation précédente et annoncer : « *5 % des participants à la tombola ont gagné un prix entre 50 et 100 €. Combien de personnes cela fait-il ?* » Reprendre le schéma précédent, expliquer que l'on cherche le nombre de personnes correspondant à 5 petits carreaux. Dans la mesure où chaque carreau représente 3 personnes, comme on l'a prouvé ci-dessus, 5 petits carreaux représentent : 5 × 3 = 15 personnes.

Activités individuelles, p. 129

◆ L'**exercice 5** permet d'insister sur la manière dont le symbole % change la signification d'une phrase (sachant qu'un certain nombre d'élèves ont naturellement tendance à oublier sa présence). Il est recommandé d'utiliser un schéma pour dissiper les éventuels malentendus.

▶ Fiches de différenciation « Problèmes 7 »*, nº 3, et « Problèmes 7 », nº 2**

◆ Pour l'**exercice 6**, on pourra présenter le calcul de l'item a comme suit :
65 millions : 100 = 65 000 000 : 100 = 650 000.
On pourra utiliser la calculatrice pour l'item b (la réponse est : 11 700 000 habitants).

◆ L'item a de l'**exercice 7** présente une difficulté, car 1 % des élèves de la classe vaut 0,2 élèves, nombre peu réaliste s'il en est ! Pourtant, en le multipliant par 25, on trouve un résultat correct, en l'occurrence 5. Le principe consistant à passer ainsi par une quantité « imaginaire » avant de revenir à un résultat réaliste peut être déroutant pour les élèves ; aussi, on utilisera la méthode proposée à l'item b pour valider la technique utilisée dans l'item a.

▶ Fiche de différenciation « Problèmes 7 », nº 3**

◆ Dans l'**exercice 8**, il est possible de trouver le nombre de guitaristes de Music City (600) en multipliant le nombre de pianistes par 2. Cette technique, très simple et efficace, rappelle les méthodes de calcul de proportionnalité étudiées précédemment.

Erreur fréquente	Remédiation
• Confusion entre 1 % et 1, entre 15 % et 15, etc.	▶ Utiliser régulièrement des schémas semblables à celui proposé en activité de découverte de la séquence 2, en montrant bien que si la population totale étudiée est différente de 100, alors 1 % de la population est différent de 1 individu. Rappeler autant que nécessaire : « *Pour calculer 1 % d'un nombre, il faut diviser ce nombre par 100.* »

50 Construire des triangles

Le tracé de triangles quelconques de dimensions données est une compétence nouvelle, qui sera régulièrement réinvestie au collège. À l'enseignant d'amener les élèves à prendre un bon départ.

Prérequis
- Connaître les différentes sortes de triangles.
- Tracer un segment de longueur donnée à la règle.
- Tracer des perpendiculaires à l'équerre.
- Reporter une longueur à l'aide d'un compas.

Matériel
- **Activités de découverte :** triangles de formes diverses à préparer.
- **Livre de l'élève,** pp. 130-131.
- **En complément :** Fiches de différenciation 50* et 50**.

Objectifs

SÉQUENCE 1
- Construire un triangle à l'aide de la règle graduée et de l'équerre.

SÉQUENCE 2
- Construire un triangle à l'aide de la règle graduée et du compas.

Calcul mental

◆ Trouver le quadruple ou le quart de nombres divers (y compris de dizaines, centaines ou milliers entiers).

SÉQUENCE 1

Thèmes des activités de découverte

Tracer un triangle à la règle et à l'équerre

◆ Proposer aux enfants de tracer un triangle en leur indiquant, sur un modèle : la longueur d'un côté, la longueur de la hauteur (ne pas employer ce mot) relative à ce côté, et la distance du pied de cette hauteur à l'une des extrêmités du côté. Bien indiquer, sur le modèle, l'angle droit entre le côté et la hauteur du triangle, et exiger l'utilisation de l'équerre pour le tracé.

Activité individuelle, p. 130

◆ L'**exercice 1** est une application directe du cours. Il est généralement bien réussi, mais l'enseignant doit cependant s'attendre à des différences importantes de rapidité d'exécution entre les élèves.

▶ Fiche de différenciation 50*, nº 1

SÉQUENCE 2

Thèmes des activités de découverte

Tracer un triangle à la règle et au compas

◆ Montrer sur un exemple comment tracer, à la règle et au compas, un triangle dont les longueurs des trois côtés sont connues, par exemple : 4 cm, 3 cm et 2 cm. On montrera que la marche à suivre consiste à tracer l'un des côtés, puis à tracer deux arcs de cercles (suffisamment longs pour qu'ils se coupent) dont les centres sont les deux sommets du triangle déjà tracés. L'intersection de ces arcs (on peut signaler qu'il y a en fait deux points d'intersection possibles) est le troisième sommet du triangle. La rubrique « Je comprends », p. 130 du livre de l'élève, propose une bonne synthèse de la méthode de construction. Proposer aux élèves un ou deux cas supplémentaires qu'ils devront tracer par eux-mêmes.

◆ On pourra éventuellement montrer un exemple de triangle impossible à construire, par exemple un triangle dont les côtés mesureraient 6 cm, 3 cm et 2 cm. *Remarque :* l'inégalité triangulaire n'est censée être étudiée qu'en classe de 5^{e}.

Activités individuelles, p. 131

◆ Les **exercices 2 à 4** (Fichier) / les **exercices 2 à 5** (Manuel) donnent l'occasion aux élèves d'appliquer la méthode apprise dans le cours, y compris dans le cas de triangles particuliers, rectangle (**exercice 3**), isocèle (**exercice 4**, Manuel) ou équilatéral (**exercice 4**, Fichier / l'**exercice 5**, Manuel). Veiller à ce que les enfants gardent constant l'écartement de leur compas pendant le tracé de chaque arc de cercle.

▶ Fiches de différenciation 50*, nº 2, et 50**, nº 1

◆ Les **exercices 5 et 6** (Fichier) / les **exercices 6 et 7** (Manuel) invitent les élèves à réfléchir à l'impossibilité de construire certains triangles, lorsque l'un des côtés est plus long que la somme des deux autres. Afin de mieux faire comprendre le problème, il est souhaitable de ne pas se contenter de tracer de simples arcs de cercles pendant la (tentative de) construction, mais des cercles entiers. Cela montrera de façon claire que l'on ne peut construire le troisième sommet du triangle avec les dimensions spécifiées.

▶ Fiches de différenciation 50*, nº 3, et 50**, nº 2

Erreur fréquente	Remédiation
• Lorsqu'ils tentent de tracer un triangle à la règle et au compas, certains élèves tracent des arcs de cercles qui ne se coupent pas.	▶ De manière générale, les enfants réussissent mieux l'exercice lorsqu'ils tracent en premier le côté le plus long du triangle (sauf dans le cas du triangle isocèle). On peut également leur suggérer de tracer des cercles entiers (qui se couperont nécessairement en deux points), et non plus seulement des arcs.

51 La calculatrice

La présente leçon porte sur deux thèmes essentiels : l'utilisation des touches mémoire de la calculatrice et la gestion des résultats approchés de calculs (en particulier divisions) effectués sur la calculatrice.

Prérequis
- Effectuer les quatre opérations sur une calculatrice.

Matériel
- **Activités de découverte :** calculatrices.
- **Livre de l'élève,** pp. 132-133.
- **En complément :** Fiches de différenciation 51* et 51**.

Objectifs

SÉQUENCE 1
- Utiliser les touches mémoire de la calculatrice.

SÉQUENCE 2
- Effectuer des calculs approchés (divisions).

Calcul mental

◆ Additionner des fractions de même dénominateur.

SÉQUENCE 1

Thèmes des activités de découverte

Touches mémoire de la calculatrice

◆ Expliquer que la calculatrice peut garder un nombre en mémoire et que cette fonction peut servir dans diverses situations. Proposer, par exemple, la soustraction à trou 141 – ? = 92, puis montrer que l'on peut, par essais successifs, résoudre l'exercice au moyen des touches mémoire de la calculatrice. Pour tester successivement les solutions 100, 40, 50 et 49, on fera : 141 M+ – 100 = ; MRC – 40 = ; MRC – 50 = ; MRC – 49 =. Cela évite de récrire à chaque fois le nombre 141. Remarquer qu'un M s'affiche à l'écran dès qu'un nombre a été enregistré en mémoire, et que deux frappes successives sur MRC (ou une frappe sur MC, pour les calculatrices qui ont une telle touche) vident la mémoire.

◆ Présenter l'utilisation des touches M+ et M– pour respectivement ajouter et soustraire un nombre à celui retenu en mémoire, par exemple au moyen d'un jeu comme ceux-ci : afficher le nombre 11 sur la calculatrice en utilisant uniquement les touches 5, 2, M+ et MRC (la séquence qui convient est 5 M+ 2 M+ 2 M+ 2 M+ MRC) ; afficher le nombre 3 sur la calculatrice en utilisant uniquement les touches 9, 2, M+, M– et MRC (la séquence qui convient est 9 M+ 2 M– 2 M– 2 M– MRC).

◆ Montrer des séquences tapées à la calculatrice et demander aux élèves à quelles opérations elles correspondent (les aider au début). Exemple : la séquence 10 M+ 4 M+ 3 M+ 2 M+ 1 M+ MRC correspond à l'addition 10 + 4 + 3 + 2 + 1 = 20.

◆ Montrer que les touches mémoire peuvent être utilisées pour pallier l'absence de parenthèses dans les calculatrices qui n'en sont pas pourvues. Par exemple : 15 – (2 × 7) ne peut être effectué directement par la machine (la séquence 15 – 2 × 7 donnant 13 × 7 = 91 au lieu de 15 – 14 = 1), mais peut être mené à bien à l'aide des touches mémoire, en tapant la séquence 15 M+ 2 × 7 = M– MRC. Attention, pour certaines calculatrices, l'utilisation de la touche = est indispensable dans la séquence ci-dessus : dans le cas où l'on ne tape pas la touche = sur ces machines, seul le nombre 7 (au lieu du résultat de 2 × 7) est soustrait à la mémoire. Laisser les élèves effectuer par eux-mêmes deux ou trois calculs semblables après leur en avoir expliqué le principe.

◆ Voir également ▶ Banque d'activités, Activités 23 et 24 pour diverses activités supplémentaires sur la calculatrice, faisant intervenir les touches mémoire.

Activités individuelles, p. 132

◆ Les **exercices 1 à 3** sont des applications du cours de difficulté diverse. Il est possible de résoudre les **exercices 2 et 3** sans recourir aux touches mémoire, mais on insistera cependant pour que les enfants trouvent, au moins dans le cadre d'une discussion collective, une solution faisant intervenir les touches mémoire. Pour l'**exercice 2**, nous proposons la séquence suivante : MRC MRC (pour remettre la mémoire de la calculatrice à 0) 1,5 M+ 9,99 M+ 3 × 1,15 = M+ (pour certaines calculatrices, l'utilisation de la touche = est indispensable, sinon seul 1,15, et non 3 × 1,15, est mis en mémoire) 3,99 M+ 2,95 M+ MRC. Pour l'**exercice 3**, nous proposons : MRC MRC 12,15 M+ 3,8 M– 2,2 M– 3 × 1,35 = M– MRC (comme ci-dessus, l'utilisation de la touche = est indispensable pour certaines machines).

▶ Fiches de différenciation 51*, nº 1, et 51**, nº 1

SÉQUENCE 2

Thèmes des activités de découverte

Effectuer des calculs approchés

◆ Faire effectuer à la calculatrice des divisions dont les résultats sont *exacts* ou *approchés*. Faire expliquer par les élèves les différences entre ces deux types de résultats. À cette occasion, on pourra faire remarquer que la suite des décimales d'un quotient approché de deux entiers se répète, par exemple : 1 : 3 = 0,333333... (le 3 se répète), ou encore 15 : 11 = 1,363636... (le 36 se répète), etc.

◆ Rappeler sur les résultats précédents le principe d'arrondi au centième près d'un nombre décimal, qui sera utilisé dans les activités du livre de l'élève, p. 133. Si cela est difficile, on pourra rappeler en premier les principes d'arrondi à l'unité et au dixième près. Par exemple : 1,363636... ≈ 1 à l'unité près, 1,363636... ≈ 1,4 au dixième près, 1,363636... ≈ 1,36 au centième près.

Activités individuelles, p. 133

◆ L'**exercice 4** permet de s'assurer que les élèves sont en mesure de distinguer un résultat exact d'un résultat approché sur la calculatrice. Attention, certains élèves penseront peut-être à tort que le quotient 65 : 64 = 1,015625 est approché alors qu'il est exact. Par ailleurs, l'arrondi au centième près de 8 : 9 = 0,8888... vaut 0,89 et non 0,88.

▶ **Fiches de différenciation 51*, nº 2, et 51**, nº 2**

◆ L'**exercice 5** est l'occasion d'appliquer les principes précédents à quelques situations concrètes. Peu de difficultés à prévoir dans l'item a (la réponse est 3,33 € ou 3 € 33 c) ; l'item b est plus délicat pour deux raisons : d'une part, il n'est pas évident, à la lecture de l'énoncé, qu'il faut écrire un résultat avec un chiffre (et non deux) après la virgule ; d'autre part, l'arrondi du quotient 30 : 7 = 4,28571... est 4,3 et non 4,2.

◆ L'**exercice 6** (Fichier) / les **exercices 6 et 7** (Manuel) proposent aux élèves un bref aperçu des limites de la calculatrice. Dans l'**exercice 6** (Manuel), la calculatrice ne peut pas traiter des résultats aussi grands que ceux des opérations proposées alors que les élèves, eux, le peuvent. Dans l'**exercice 6** (Fichier) / l'**exercice 7** (Manuel), on peut constater qu'un affichage donné sur la calculatrice (en l'occurrence, 0,33333333) peut conduire à des résultats différents dans les opérations effectuées par la suite. Attention, ces deux exercices supposent que les calculatrices des enfants peuvent afficher 9 chiffres au plus. Si ce n'est pas le cas, il faut adapter légèrement l'énoncé.

▶ **Fiche de différenciation 51**, nº 3**

Erreurs fréquentes	Remédiations
• Confusion entre MRC et M+ : les élèves pensent que la touche M+ va révéler le contenu de la mémoire alors qu'elle ne fait que le modifier.	▶ Une solution possible consiste à demander régulièrement, lors de chaque calcul effectué, quel résultat donnera une frappe sur M+, M– ou MRC.
• Frappes consécutives involontaires (ou non) sur M+ : le contenu de la mémoire est changé plusieurs fois au lieu d'une seule, sans que l'on puisse le voir.	▶ Donner un exemple de séquence du type 10 M+ M+ M+ MRC pour montrer que chaque frappe sur M+ modifie le contenu de la mémoire.

52 Aire et périmètre

Les confusions entre *aire* et *périmètre* sont fréquemment rencontrées aussi bien à l'école primaire qu'au collège. Il est donc important de consacrer une leçon à part entière à la distinction entre ces deux notions.

Prérequis
- Calculer l'aire et le périmètre d'une figure simple.
- Connaître les unités de longueur et d'aire.

Matériel
- **Activités de découverte :** figures à préparer.
- **Livre de l'élève,** pp. 134-135.
- **En complément :** Fiches de différenciation 52* et 52**.

Objectif
- Savoir distinguer, sur des figures simples, les égalités de périmètres des égalités d'aires.

Calcul mental

◆ Convertir des dixièmes en centièmes, et réciproquement ($\frac{2}{10} = \frac{...}{100}$ ou $\frac{60}{100} = \frac{...}{10}$).

Thèmes des activités de découverte

◆ Rappeler la méthode de calcul de l'aire et du périmètre du carré et du rectangle. À cette occasion, ne pas hésiter à rappeler en détail ce que sont l'aire et le périmètre d'une figure.

◆ Distribuer aux élèves une feuille sur laquelle figurent des rectangles dont les dimensions (indiquées) sont, respectivement, 6 cm × 4 cm ; 8 cm × 3 cm ; 12 cm × 2 cm. Demander ce qu'il y a de commun à tous ces rectangles (ils ont la même aire, en l'occurrence 24 cm^2 – attention à l'unité). Remarquer que ces rectangles ont tous des périmètres différents.

◆ Distribuer aux élèves une feuille sur laquelle figurent des rectangles dont les dimensions (indiquées) sont, respectivement, 5 cm × 3 cm ; 6 cm × 2 cm ; 7 cm × 1 cm. Demander ce qu'il y a de commun à tous ces rectangles (ils ont le même périmètre, en l'occurrence 16 cm – là encore, attention à l'unité). Remarquer que ces rectangles ont tous des aires différentes.

◆ On peut également inviter les élèves à comparer les aires et périmètres des figures suivantes :
– carré 3 cm × 3 cm et rectangle 5 cm × 2 cm (le rectangle a une aire et un périmètre plus grands) ;
– carré 2 cm × 2 cm et rectangle 3 cm × 1 cm (même périmètre, aires différentes) ;
– carré 3 cm × 3 cm et rectangle 9 cm × 1 cm (même aire, périmètres différents) ;
– carré 5 cm × 5 cm et rectangle 8 cm × 3 cm (le carré a une aire plus grande mais un périmètre plus petit).

◆ Traiter ensuite des questions semblables, cette fois sur quelques figures plus complexes (exemples : formes en L ou en T).

Activités individuelles, pp. 134-135

◆ Les **exercices 1 et 2** constituent l'application directe du cours et permettent de vérifier si les élèves savent distinguer les notions d'*aire* et de *périmètre*. Signalons que dans l'**exercice 1**, les figures B et D ont à la fois la même aire et le même périmètre. Ne pas passer à la suite tant que ces deux exercices ne sont pas compris.

▶ Fiche de différenciation 52*, n^{os} 1 à 3

◆ Dans l'**exercice 3**, les réponses possibles sont : a. D et E ; b. A et C ; c. A et B ; d. C et B, D et B, E et B, C et D ou C et E ; e. A et D ou A et E.

▶ Fiches de différenciation 52*, n^{o} 4, et 52, n^{os} 1 et 2**

◆ L'**exercice 4** est très semblable à l'activité de découverte sur les rectangles, proposée ci-dessus. Pour l'item a, on pourra conseiller aux enfants d'utiliser des rectangles d'aire 12, 16, 18 ou 24 carreaux (ces nombres se décomposent facilement en produit de plusieurs manières différentes). Pour l'item b, on peut également utiliser des rectangles, dont on choisira à l'avance le demi-périmètre : par exemple, pour un demi-périmètre de 10 côtés de carreau, on peut construire deux rectangles de dimensions 7 × 3 et 4 × 6, dont les aires seront différentes.

◆ L'**exercice 5** est un problème d'application. La difficulté principale consiste à comprendre que le nombre de choux que l'on peut planter dans le champ est fonction de l'aire de celui-ci, et non de son périmètre.

Erreur fréquente	Remédiation
• Certains enfants ont du mal à concevoir que deux figures de même périmètre puissent avoir des aires différentes.	▶ Prendre un morceau de fil ou de ficelle (fermé), et le manipuler pour obtenir différentes figures. Amener alors les élèves à conclure que toutes les figures ainsi formées ont le même périmètre (la longueur du fil), mais pas nécessairement la même aire. *N.B. :* la figure ayant l'aire la plus grande possible, à périmètre égal, est le cercle ; la figure ayant l'aire la plus petite est celle obtenue en aplatissant complètement le fil, et dont l'aire est nulle.

53 Les échelles (1)

Les élèves découvrent ici la notion d'*échelle*. Cette notion nouvelle est étroitement liée à la proportionnalité : en effet, le fait de représenter un objet selon une échelle donnée implique de diviser ou de multiplier chacune de ses dimensions par un même nombre. Nous aborderons ici le principe des échelles appliquées à des objets/animaux divers ; l'étude des échelles sur les cartes de géographie ou les plans ainsi que la reproduction d'une figure à une échelle donnée seront traitées en période 5.

Prérequis

- Utiliser la multiplication et la division.
- Mesurer à la règle les dimensions d'une figure.

Matériel

- **Activités de découverte :** images d'objets à différentes échelles (*Annexe 27*).
- **Livre de l'élève,** pp. 136-137.
- **En complément :** Fiches de différenciation 53* et 53**.

Objectifs

- Trouver la taille réelle d'un objet étant données une reproduction réduite/agrandie de cet objet et l'échelle de cette reproduction.
- Trouver la taille réduite/agrandie d'un objet étant données sa taille réelle et l'échelle de la reproduction.

Calcul mental

◆ Ajouter 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; etc. à un nombre décimal quelconque.

Thèmes des activités de découverte

Utiliser une échelle

◆ Proposer la situation suivante, illustrée par les figures de l'Annexe : « *Dans un dictionnaire illustré, on représente un téléphone portable, qui a pour taille réelle 12 cm × 6 cm. Faute de place, il est impossible de le représenter avec ces dimensions dans le livre. Parmi les figures proposées, laquelle vous semble être une reproduction correcte ? Pourquoi ?* »

▶ Annexe 27

◆ Conclure que la reproduction correcte est celle pour laquelle la longueur et la largeur de l'objet réelle ont été divisées par le même nombre (en l'occurrence, 2). C'est également celle dont la longueur est 2 fois plus grande que la largeur.

◆ Expliquer que l'on dit que le téléphone a été reproduit à l'échelle 1 : 2, autrement dit : 1 cm sur la figure réduite représente 2 cm dans la réalité. Signaler que l'échelle peut se noter de différentes manières, par exemple à l'aide d'un segment de longueur 1 cm à côté duquel figure la mention « 2 cm », ou à l'aide de la fraction $\frac{1}{2}$.

◆ Faire déterminer les dimensions réelles des objets représentés dans l'Annexe. Par exemple, la porte est représentée à l'échelle 1 : 40, donc sa hauteur est égale à : 5 × 40 = 200 cm = 2 m.

▶ Annexe 27

◆ Proposer un exemple de l'exercice inverse, autrement dit trouver la taille d'une reproduction réduite d'un objet connaissant sa taille réelle et l'échelle de la reproduction.

Activités individuelles, pp. 136-137

◆ Les **exercices 1 à 3** sont des applications directes du cours, où les élèves devront déterminer la taille réelle d'objets ou d'animaux à partir d'une reproduction réduite et d'une échelle. Dans les **exercices 2 et 3**, on précisera bien que la taille réduite de la statue et de la girafe sont à mesurer sur le segment rouge donné dans chaque exercice, et non pas sur la statue et la girafe elles-mêmes (auquel cas les élèves arriveraient à des résultats différents les uns des autres).

▶ Fiches de différenciation 53*, nº 1, et 53**, nº 1

◆ L'**exercice 4** est l'inverse des précédents, autrement dit demande de déterminer la taille d'une reproduction réduite d'un objet (la tour Eiffel) connaissant sa taille réelle et l'échelle de la reproduction. Demander aux élèves de convertir en cm le résultat trouvé, bien que cela ne soit pas explicitement demandé dans l'énoncé.

▶ Fiches de différenciation 53*, nº 2, et 53**, nº 2

◆ L'**exercice 5** permet de montrer le principe selon lequel plus l'échelle d'une reproduction est petite (autrement dit, plus son dénominateur est grand), plus la reproduction elle-même est petite.

◆ L'**exercice 6** invite les élèves à repérer des erreurs dans des calculs d'échelle incorrects. Dans cette optique, insister sur l'importance d'observer l'ordre de grandeur des résultats obtenus.

◆ L'**exercice 7** propose une situation d'agrandissement, et non de réduction comme c'est le cas pour les exercices précédents. La réponse attendue est : 0,15 mm.

Erreur fréquente	Remédiation
• Confusions entre multiplication et division dans les calculs d'échelle.	▶ Il est possible d'utiliser un tableau de proportionnalité pour dissiper les malentendus. Ainsi, si un objet est reproduit à l'échelle 1 : 10, on proposera un tableau comportant les deux lignes « taille réduite » et « taille réelle », et où on placera de manière adéquate les nombres 1 et 10, ainsi que la dimension de l'objet (réduite ou réelle) donnée dans l'énoncé, avant de laisser les élèves conclure.

54 Circonférence du cercle

Les élèves découvrent ici la notion de *circonférence* d'un cercle. L'une des difficultés typiquement rencontrées est que la célèbre formule $C = \pi \times d$ n'est pas démontrable par les élèves, si ce n'est empiriquement, au moyen de mesures dont nous détaillons les modalités dans les activités de découverte qui suivent.

Prérequis

- Multiplier un décimal par un entier.
- Connaître la notion de périmètre.
- Reconnaître, mesurer le diamètre, le rayon d'un cercle.

Matériel

- **Activités de découverte :** bande de papier graduée (*Annexe* 25), cercles à préparer.
- **Livre de l'élève,** pp. 138-139.
- **En complément :** Fiches de différenciation 54* et 54**.

Objectif

- Déterminer la circonférence d'un cercle connaissant son diamètre ou son rayon.

Calcul mental

◆ Ajouter 0,01 ; 0,02 ; 0,03 ; etc. à un nombre décimal quelconque.

Thèmes des activités de découverte

◆ Expliquer que le périmètre d'un cercle s'appelle également sa *circonférence*, et proposer aux élèves de mesurer la circonférence de trois cercles de 3 ; 4 et 5 cm de diamètre au moyen de la bande de papier graduée figurant en Annexe.

▶ Annexe 25

◆ Distribuer et faire compléter le tableau suivant par les élèves, la dernière ligne pouvant être complétée à l'aide de la calculatrice :

Diamètre (d)	3 cm	4 cm	5 cm
Circonférence (C)			
C : d			

◆ Constater que, pour chaque cercle, on obtient une valeur de C : d pratiquement identique, et légèrement supérieure à 3 (si les mesures des enfants sont correctes ; elles ne le sont pas toujours, étant donnée la difficulté d'utilisation de la bande de papier).

◆ Expliquer que, s'il était possible d'effectuer des mesures plus précises, on trouverait exactement le même quotient C : d, ce quotient valant (environ) 3,14. Expliquer ensuite que ce nombre se note à l'aide la lettre grecque π (pi) et que les résultats obtenus précédemment montrent que la circonférence du cercle vaut $C = \pi \times d$. Inviter les enfants à le vérifier explicitement sur au moins un des exemples précédents.

◆ Demander aux élèves de calculer la circonférence d'un cercle de diamètre donné (par exemple, 7 cm), puis celle d'un cercle de rayon donné (par exemple, 1 cm).

◆ Demander aux élèves de calculer la circonférence d'un cercle dont le diamètre sera à mesurer sur la figure (indiquer le centre du cercle, voire tracer un diamètre pour faciliter la tâche aux enfants).

Activités individuelles, pp. 138-139

◆ Les **exercices 1 à 3** permettent de s'assurer que les élèves sont en mesure d'appliquer la formule de la circonférence correctement. Il est possible d'accorder l'utilisation de la calculatrice aux élèves qui ne savent pas multiplier un décimal par un entier.

▶ Fiches de différenciation 54*, n^{os} 1 et 2, et 54**, n° 1

◆ Les **exercices 4 à 6** sont des problèmes d'application, bien réussis dès lors que les élèves comprennent correctement la signification de l'énoncé (dans les **exercices 4 et 5**, les cercles à considérer sont des sections de solides, ce qui est plus délicat à visualiser).

◆ L'**exercice 7** est l'inverse des précédents, autrement dit déterminer (dans un cas élémentaire) le diamètre d'un cercle connaissant sa circonférence. À déconseiller aux élèves maîtrisant mal les calculs sur les décimaux.

▶ Fiche de différenciation 54**, n° 2

◆ La difficulté essentielle dans l'**exercice 8** consiste à comprendre qu'un cercle de circonférence 78,5 cm a un diamètre plus grand que 21 cm et ne peut donc pas, par conséquent, « tenir » sur une feuille au format A4.

◆ L'**exercice 9** invite les élèves à déterminer la longueur d'un figure formée de 4 demi-cercles. Une méthode possible consiste à calculer la longueur de chaque demi-cercle (en divisant par 2 la longueur d'un cercle entier), puis à multiplier par 4 le résultat obtenu ; il est également possible de remarquer, dès le départ, que la figure a la même longueur que 2 cercles entiers.

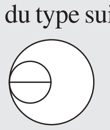
▶ Fiche de différenciation 54**, n° 3

Erreur fréquente

- Certains élèves multiplient le rayon d'un cercle, et non son diamètre, par π, pour en calculer la circonférence.

Remédiation

▶ Dès qu'un élève propose un calcul erroné de ce type, lui montrer un schéma du type suivant (le grand cercle est celui dont il faut calculer la circonférence) :



Dire alors que le calcul proposé par l'élève est celui de la circonférence du petit cercle et non du grand.

PROBLÈMES 8

L'analyse de figures complexes et le calcul de longueurs manquantes sont des compétences fréquemment utilisées au collège et au lycée, mais auxquelles les enfants sont généralement peu préparés. La présente leçon invite donc enseignants et enfants à prendre un bon départ sur ces notions, tout en revenant sur plusieurs sujets importants étudiés au cours de l'année, comme les quatre opérations, les périmètres, les aires ou encore le codage de figures.

Prérequis.
- Utiliser les quatre opérations dans des cas simples.
- Connaître les notions de *périmètre* et d'*aire*.
- Reconnaître le codage de segments égaux.

Matériel
- **Activités de découverte :** figures à préparer.
- **Livre de l'élève,** pp. 140-141.
- **En complément :** Fiches de différenciation « Problèmes 8 »* et « Problèmes 8 »**.

Objectifs

SÉQUENCE 1
- Calculer des longueurs manquantes sur une figure à l'aide des quatre opérations.

SÉQUENCE 2
- Déterminer le périmètre ou l'aire d'une figure complexe en calculant des longueurs manquantes sur cette figure.

Calcul mental

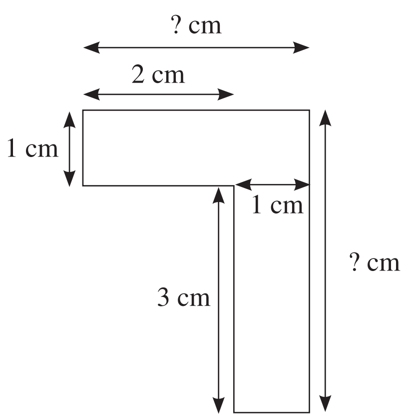
◆ Ajouter 0,5 et 0,05 à un nombre décimal.

SÉQUENCE 1

Thèmes des activités de découverte

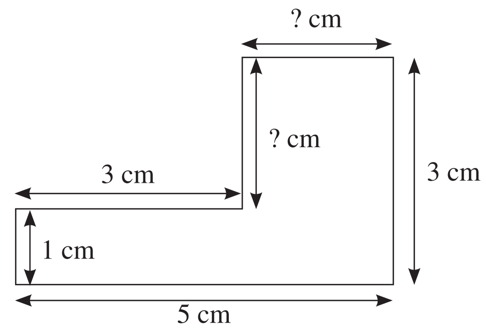
Calculs de longueurs manquantes sur un schéma

◆ Proposer aux enfants de calculer les longueurs manquantes sur la figure suivante (les calculs nécessaires sont des additions) :

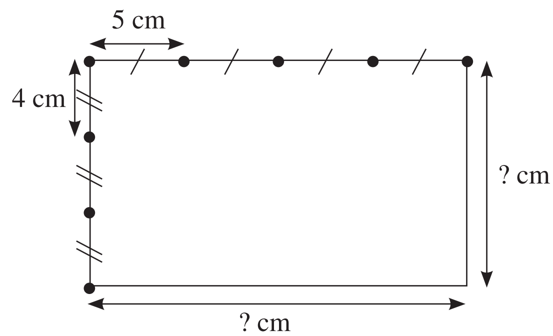


Remarques : il est possible de donner les dimensions en deux temps, autrement dit de donner d'abord uniquement les segments de longueur 2 cm et 1 cm pour calculer leur somme, puis de fournir seulement après les données 3 cm et 1 cm pour déterminer la dernière longueur manquante. Par ailleurs, plutôt que d'écrire deux fois la donnée 1 cm sur la figure, il est possible de ne l'écrire qu'une seule fois, et de coder de manière appropriée les segments égaux sur la figure. Signalons, enfin, que le codage des angles droits a été omis ici pour des raisons de lisibilité. Ces remarques sont également valables pour la figure suivante.

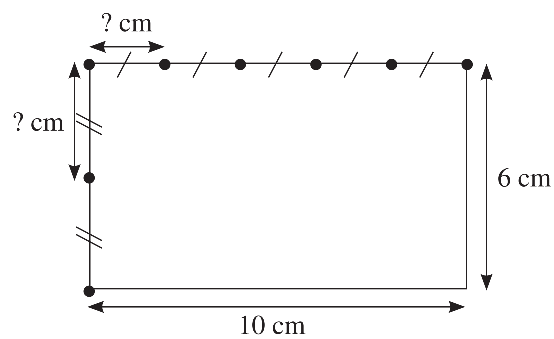
◆ Même exercice, cette fois sur la figure suivante (les calculs nécessaires sont des soustractions) :



◆ Même exercice, cette fois sur la figure suivante (les calculs nécessaires sont des multiplications) :



◆ Même exercice, cette fois sur la figure suivante (les calculs nécessaires sont des divisions) :



Activités individuelles, pp. 140-141

◆ L'**exercice 1** donne l'occasion aux élèves de calculer des longueurs manquantes sur diverses figures en utilisant l'addition (fig. A), la soustraction (fig. B), la multiplication et la soustraction (fig. C), la division et la soustraction (fig. D). Le dernier item est d'autant plus difficile que le résultat attendu (1,5 cm) est un nombre décimal et qu'il est pratiquement impossible de le déterminer par essais-erreurs (méthode souvent appréciée des élèves). Pour cette raison, il est éventuellement possible de modifier l'énoncé pour les élèves en difficulté en remplaçant la donnée 6 cm par 7 cm.

▶ Fiche de différenciation « Problèmes 8 »*, nº 1

◆ L'**exercice 2** traite également des calculs de longueurs manquantes et demande aux élèves de comparer les longueurs de divers segments au moyen de calculs bien choisis (additions/soustractions). Ce faisant, il permet de mettre l'accent sur un problème fréquemment rencontré par les enfants à l'école primaire et encore plus au collège, à savoir l'utilisation de la phrase magique : « *Ça se voit sur le dessin !* » Plus précisément, les segments proposés dans chacun des items semblent égaux, mais ils ne le sont réellement que sur la figure A.

SÉQUENCE 2

Thèmes des activités de découverte

Calculs de périmètres

◆ Distribuer de nouveau aux élèves des figures identiques à celles de la séquence 1, sans y indiquer les longueurs manquantes (que les élèves devront retrouver sans regarder la correction de l'activité précédente). Demander aux élèves de calculer le périmètre des figures proposées (ou tout du moins d'une partie d'entre elles). Alternativement, il est possible de changer les données numériques de manière à ce que les calculs nécessaires soient légèrement différents de ceux effectués précédemment.

Calculs d'aires

◆ Inviter les élèves à déterminer l'aire des trois premières figures étudiées en séquence 1 (ou de figures semblables, aux données numériques près).

Activités individuelles, p. 141

◆ L'**exercice 3** permet de s'assurer que les enfants sont en mesure de calculer le périmètre d'une figure simple à l'aide des techniques du cours. Les longueurs manquantes sont à calculer à l'aide de l'addition (fig. A), de la soustraction et de la division (fig. B). L'item C, quant à lui, permet de revenir sur la *circonférence du cercle*, récemment étudiée. Cependant, si les enfants ne sont pas suffisamment à l'aise avec cette notion, il sera possible de sauter cet item (d'autant plus que l'exercice proposé demande de calculer la longueur d'un demi-cercle et non d'un cercle entier). Les réponses attendues sont : A. 36 m ; B. 18 cm ; C. 914 mm.

▶ Fiches de différenciation « Problèmes 8 »*, nº 2, et « Problèmes 8 », nº 1**

◆ Les deux premiers items de l'**exercice 4** permettent l'introduire la problématique du calcul de l'aire d'un triangle en tant que moitié de l'aire d'un rectangle. Nous nous limiterons ici au cas du triangle rectangle, sachant que le cas général sera plus amplement développé en période 5. L'item c est plus délicat, dans la mesure où peu d'élèves pensent naturellement à soustraire l'aire du carré intérieur de celle du carré extérieur. Il sera possible, à la correction, de présenter d'autres méthodes de calcul, par exemple en découpant la surface verte en rectangles et éventuellement en carrés dont on additionnera les aires respectives. Les réponses attendues sont : a. 4 cm^2 ; b. 56 m^2 ; c. 16 cm^2.

▶ Fiches de différenciation « Problèmes 8 »*, nº 3, et « Problèmes 8 », nº 2**

Erreur fréquente	Remédiation
• Certains élèves éprouvent des difficultés à effectuer les calculs de longueurs basés sur des additions/soustractions.	▶ Dans un schéma tel que celui de la situation soustractive traitée en séquence 1, il est possible de répliquer les données de la manière suivante, de façon à ce que les données nécessaires soient situées les unes à côté des autres, ce qui facilite la mise en place des calculs :